|  |
| --- |
| MIET |
| **Лабораторный практикум 3. Векторная алгебра** |
| [Введите подзаголовок документа] |

|  |
| --- |
| Тюльников Михаил Пин-12  19.09.2019 |

### Упражнение 3.1. Дан параллелограмм *ABCD*, известны координаты трех его точек *A*(-2 0), *B*(1 2), *C*(1 -1). Найти координаты четвертой вершины *D* параллелограмма. Изобразить разными цветами векторы, используемые в решении задачи.

>> A=[-2 0];B=[1 2];C=[1 -1];

>> AB=B-A;

>> BC=C-B;

>> AC=AB+BC;

>> AD=AC+(-AB);

>> quiver(A(1),A(2),AB(1),AB(2),0)

>> hold on, grid

>> quiver(B(1),B(2),BC(1),BC(2),0)

>> quiver(A(1),A(2),AD(1),AD(2),0)

>> D=AD+A

D =

-2 -3

>> quiver(D(1),D(2),AB(1),AB(2),0)



### Упражнение 3.2. Доказать, что векторы , и образуют базис. Изобразить эти векторы и координатные оси. Для построения можете использовать функции *quiver3*, *plot* или *line*. Сразу введите команды

hold on,grid on,axis square

xlabel('X'),ylabel('Y'),zlabel('Z')

### При появлении графического окна «Figure» с помощью стрелочки «Rotate3D» (на панели инструментов) разверните плоскую картинку в объемную.

>> hold on,grid on,axis square

>> xlabel('X'),ylabel('Y'),zlabel('Z')

>> a=[1; -2; 0];

>> b=[0; 1; 1];

>> c=[1; 2; 2];

>> quiver3(0,0,0,a(1),a(2),a(3),0)

>> quiver3(a(1),a(2),a(3),b(1),b(2),b(3),0)

>> quiver3(a(1)+b(1),a(2)+b(2),a(3)+b(3),c(1),c(2),c(3),0)

>> quiver3(a(1)+b(1),a(2)+b(2),a(3)+b(3),c(1),c(2),c(3),0)

>> A=[a b c];

>> detA=det(A)

detA =

-2

%так как определитель матрицы перехода не равен нулю, то векторы a, b и c линейно независимы, а значит могут являться базисом



### Упражнение 3.3. Проверить являются ли векторы линейно зависимыми и, если возможно, разложить вектор по этим векторам (при решении системы использовать формулы Крамера или обратную матрицу). Векторы задать в символьном виде.



1. 
2. .

Проверьте полученный результат для векторов  из упражнения 3.2.

1) >> syms a b c

>> p=[a; -b; c];

>> q=[-a; b; -c];

>> r=[0; b; -c];

>> s=[a; b; c];

>> A=[p q r];

>> detA=det(A)

detA =

0

%определитель матрицы перехода равен нулю, значит векторы p, q и r линейно зависимы, и не могут быть приняты в качестве базиса

2) >> p=[a; -b; c];

>> q=[a; b; 0];

>> r=[0; b; -c];

>> s=[a; b; c];

>> A=[p q r];

>> detA=det(A)

detA =

-a\*b\*c

%определитель матрицы перехода не равен нулю, значит векторы p, q и r линейно независимы, и могут быть приняты в качестве базиса

>> detX=s(1)\*A(2,2)\*A(3,3)+B(2)\*A(3,2)\*A(1,3)+...

s(3)\*A(1,2)\*A(2,3)-A(1,3)\*A(2,2)\*s(3)-A(2,3)\*A(3,2)\*...

s(1)-A(3,3)\*A(1,2)\*s(2);

>> x=detX/det(A)

x =

-1

>> detY=A(1,1)\*s(2)\*A(3,3)+A(2,1)\*s(3)\*A(1,3)+...

A(3,1)\*s(1)\*A(2,3)-A(1,3)\*s(2)\*A(3,1)-A(2,3)\*s(3)\*...

A(1,1)-A(3,3)\*s(1)\*A(2,1);

>> y=detY/det(A)

y =

2

>> detZ=A(1,1)\*A(2,2)\*s(3)+A(2,1)\*A(3,2)\*s(1)+...

A(3,1)\*A(1,2)\*s(2)-s(1)\*A(2,2)\*A(3,1)-s(2)\*A(3,2)\*...

A(1,1)-s(3)\*A(1,2)\*A(2,1);

>> z=detZ/det(A)

z =

-2

>> x\*p+y\*q+z\*r-s

ans =

0

0

0

%значит вектор s=-p+2\*q-2\*r

**Упражнение 3.4.** Даны три точки *A*(-2, 0), *B*(3, 4), *C*(4, -1). Найти величины углов треугольника *АВС*. Проверить свойство суммы углов треугольника. Сделать рисунок.

>> A=[-2 0]; B=[3 4]; C=[4 -1];

>> AB=B-A;

>> AC=C-A;

>> BC=C-B;

>> BAC=acos((AB\*AC')/(sqrt(AB(1)^2+AB(2)^2)\*sqrt(AC(1)^2+AC(2)^2)))

BAC =

0.8399

>> ACB=acos(((-AC)\*(-BC)')/(sqrt(AC(1)^2+AC(2)^2)\*sqrt(BC(1)^2+BC(2)^2)))

ACB =

1.2083

>> ABC=acos(((-AB)\*BC')/(sqrt(AB(1)^2+AB(2)^2)\*sqrt(BC(1)^2+BC(2)^2)))

ABC =

1.0935

>> ABC+BAC+ACB

ans =

3.1416

%сумма углов равна pi

>> quiver(A(1),A(2),AB(1),AB(2),0)

>> hold on, grid

>> quiver(B(1),B(2),BC(1),BC(2),0)

>> quiver(A(1),A(2),AC(1),AC(2),0)



### Упражнение 3.5. Найти векторное произведение векторов и с помощью определителя третьего порядка и проверить решение стандартной функцией cross(a,b).

>> syms i j k

>> a=[1 2 0];b=[2 1 0];

>> A=[i j k;a;b]

A =

[ i, j, k]

[ 1, 2, 0]

[ 2, 1, 0]

>> detA=det(A)

detA =

-3\*k

>> cross(a,b)

ans =

0 0 -3

### Упражнение 3.6. Вычислить площадь треугольника с вершинами и Изобразить плоскость треугольника. Как соотносятся площадь треугольника и модуль векторного произведения?

>> A=[1 3 -1];B=[2 -1 4];C=[5 0 3];

>> AB=B-A;

>> AC=C-A;

>> BC=C-B;

>> quiver3(A(1),A(2),A(3),AC(1),AC(2),AC(3),0)

>> hold on, grid

>> quiver3(A(1),A(2),A(3),AB(1),AB(2),AB(3),0)

>> quiver3(B(1),B(2),B(3),BC(1),BC(2),BC(3),0)

>> X=[A(1),B(1),C(1)];Y=[A(2),B(2),C(2)];Z=[A(3),B(3),C(3)];

>> fill3(X,Y,Z,'y')

>> xlabel('X'),ylabel('Y'),zlabel('Z')

>> Sabc=(1/2)\*(sqrt(sum(AB.^2))\*sqrt(sum(AC.^2))\*sin(acos((AB\*AC')/(sqrt(sum(AB.^2))\*sqrt(sum(AC.^2))))))%найдём площадь треугольника, как половина произведения сторон на синус угла между ними

Sabc =

10.3199

>> c=cross(AB,BC);

>> absc=sqrt(sum(c.^2))

absc =

20.6398

%площадь треугольника равна половине модуля векторного произведения



### Упражнение 3.7. С помощью смешанного произведения определить значение λ, при котором векторы , , будут компланарны. Определить ориентацию тройки *abc*. При решении уравнения используйте функцию *solve* (см. *help solve*).

>> a=[-1 2 4];

>> syms n

>> b=[3 5-n 0];

>> c=[2 4 -5];

>> A=[a;b;c];

>> detA=det(A)

detA =

3\*n + 63

>> n=solve(detA==0)

n =

-21

**Упражнение С1.** Вычислить объем пирамиды *ABCD*, если известно, что .

>> AB=[3 4 0];AC=[-3 0 1];AD=[0 2 5];

>> a=[AB;AC;AD];

>> detA=det(a);

>> V=1/6\*detA

V =

9

**Упражнение С2.** Ознакомьтесь самостоятельно со встроенной функцией ***norm***. Для трех произвольных векторов различной размерности найдите их длины. Результат выведите на экран в виде вектора: первая координата – с помощью скалярного произведения, вторая – с помощью функции ***norm***. Сделайте вывод.

>> a=[112 3 56];b=[-6 13 -11];c=[43 11 -8];

>> absA = sqrt(a(1)^2 + a(2)^2 + a(3)^2)

absA =

125.2557

>> absB = sqrt(b(1)^2 + b(2)^2 + b(3)^2)

absB =

18.0555

>> absC = sqrt(c(1)^2 + c(2)^2 + c(3)^2)

absC =

45.0999

>> norm(a)

ans =

125.2557

>> norm(b)

ans =

18.0555

>> norm(c)

ans =

45.0999

Вывод: функция norm находит модуль вектора